

## 国家重点基础研究发展规划项目

# 数学机械化与自动推理平台<sup>\*</sup>

关键词 数学机械化, 构造性研究, 自动推理

## 1 学术指导

吴文俊 中国科学院数学与系统科学研究院研究员, 中国科学院院士, 第三世界科学院院士。1919 年出生于上海。1940 年毕业于上海交通大学数学系。1949 年在法国斯特拉斯堡大学获法国国家科学博士学位。曾任中国科学院系统科学研究所名誉所长, 中国数学会理事长。1990 年创建数学机械化中心, 并任主任。研究工作涉及拓扑学、数学史、数学机械化等众多学术领域。1956 年因在拓扑学中的示性类与示嵌类方面的卓越成就获中国自然科学奖一等奖, 1980 年获中国科学院自然科学奖一等奖, 1990 年获第三世界科学院数学奖, 1993 年获陈嘉庚数理科学奖, 1994 年获求是科技基金会杰出科学家奖, 1997 年因在数学机械化研究方面的开创性贡献获 Herbrand 自动推理杰出成就奖, 2000 年荣获首届国家最高科学技术奖。

## 2 首席科学家

高小山 中国科学院数学与系统科学研究院研究员, 系统科学研究所副所长, 数学机械化研究中心主任, 中国数学会常务理事。1963 年出生于河北省。主要从事数学机械化、构造性代数几何与智能 CAD、CAI 研究。与合作者共同提出“消点法”, 实现了自动生成几何定理的可读证明, 并成功用于智能 CAD、CAI, 被列为国际自动推理界“近年来重要进展”的第一项, 被认为是生成可读证明方向中“里程碑”性的工作; 提出了用于智能 CAD 的全局延拓法、符号计算法与几何变换法, 提高了几何自动作图的能力和效率; 开发的智能软件“几何专家”被国际同行称为最好的几何证明系统, 并在 10 多个国家得

到使用。发表研究论文 70 余篇, 专著 2 部。曾获国家自然科学奖二等奖 1 项; 中国科学院自然科学奖一等奖 1 项, 青年科学家奖一等奖 1 项; 香港求是基金会求是杰出青年学者奖。

## 3 科学内涵及意义

数学机械化研究的突出特征是理论和方法上的创新。在此基础上发展自动推理平台, 将为科学的研究提供有力的工具, 有助于提高我国知识创新与科技创新的能力。

伴随着计算机的发展, 逐步实现脑力劳动的机械化, 是当今社会生产力发展的大趋势。实现部分脑力劳动机械化, 将为科研工作提供有力工具, 使科研工作者摆脱烦琐的甚至是人力难以达到的工作, 将聪明才智集中到更高层次的创新性研究, 从而延长科学家的科研生命, 扩展研究工作的广度与深度, 提高我国知识创新的能力。

脑力劳动的主要特点之一是推理功能。计算机产生智能行为的关键在于实现推理自动化。自动推理研究(特别是几何定理证明)的突破是由吴文俊院士于 70 年代末实现的, 并一直居于国际领先地位。经过近 20 年的努力, 已发展出具有我国特色的数学机械化理论, 成批的理论与高科技问题被成功地解决, 并开发出若干自动推理平台, 初步形成产品, 获得国内外学术界的高度称赞与广泛重视。

该项目的出发点是由我国科学家创立的数学机械化方法。开展数学机械化理论与方法的研究, 力争继续保持国际领先地位; 开展跨学科研究, 促

\* 收稿日期: 2002 年 2 月 25 日

进相关科学领域(理论物理、力学、计算机科学、信息科学、机械机构学等)的发展;解决我国迫切需要占领的高技术领域(信息系统安全、信息传递速度、计算机图形学、计算机视觉、机器人、数控技术等)中一些关键基础理论问题;以此为依据,发展智能型自动推理平台,为我国科学研究与技术创新中的脑力劳动提供工具。

数学是整个科学的基础,也是高新技术的基础,是联络科学与技术的纽带。作为典型脑力劳动的数学研究,具有表达精确、论证严谨的特点,理应率先实现机械化。数学机械化是为适应信息时代而产生的基础研究领域。数学机械化理论和方法的建立是深层次的知识创新,将极大地推动科学的发展,为我国高新技术创新发挥重大作用,并将产生难以估计的社会效益与经济效益,为我国知识经济的发展做出贡献。

## 4 研究进展及创新点

该项目是“八五”攀登项目“机器证明及其应用”和“九五”攀登预选项目“数学机械化研究及其应用”的延续。已在数学机械化理论与方法的基础研究、应用基础研究以及自动推理平台开发方面都取得显著进展。

### 4.1 数学机械化基础理论研究

数学机械化研究,在一些数学分支继续深入,并延拓到一些新的数学分支。

(1)以微分特征列为基础,深入开展微分代数的造性研究。系统地研究了非线性可积方程,尤其是耦合的非线性可积方程。讨论了一类动力系统的构造性刻画。基于吴方法,提出了多种有效的算法。

(2)在建立的多项式完全判别系统的基础上,继续多项式实根分离算法的研究,提出若干新算法。开展实代数几何的造性研究。

(3)深入全局优化问题的研究,提出解决全局优化问题的有效算法,并继续发展和改进。

(4)建立了 Clifford 括号代数,是一种高效的几何计算工具,并用于射影二次曲线的定理机器证明。

(5)开展组合恒等式的机器证明研究。解决了两变量时的 Wilf-Zeilberger 猜想,并提出证明复杂恒

等式的新方法,使得一类恒等式的机器证明成为可能。

(6)对具有 NP 难度的 Rectangle Packing 问题的求解,给出有效的算法。NP 完全的 SAT 问题的求解,继续保持国际先进水平。

### 4.2 数学机械化应用基础研究

由石青云院士等提出的“多成份变换”技术建议书,已被国际标准采纳,进入 JPEG2000 的最终文本,实现了项目计划书中提出的“在有条件的问题上争取进入国际标准”的要求。

(1)为实现图像在压缩传输解压过程中做到无失真,提出了数学机械化方法,也可支持“基于感兴趣区域”的图像压缩技术。

(2)在动态图像压缩方面,对原有视频数据压缩系统做了大量的改进,正在进行集成电路产品的整体方案设计。

(3)用数学机械化方法研究机构设计中的基本问题,如 Stewart 平台设计中的一些基础性问题。研究了少自由度机构尺寸和性能之间的关系。

(4)开展工程几何的研究,发展几何自动作图的算法,如计算机图形学中代数曲面的光滑拼接、几何约束问题求解等方面的有效算法。

### 4.3 自动推理平台开发

自动推理平台,以我国学者建立的机械化算法为基础,从最底层语言出发,开发具有自主知识产权的软件系统。目前已初具规模,支撑部分与核心部分已经基本完成。一些应用模块已经在 Maple 或其它环境中实现,作好了移植到该项目的平台上的准备。

(1)支撑部分主要研究提高大整数运算、多项式 GCD 与因式分解等关键运算的速度,已达到与国际流行的软件相当。

(2)考虑到 WINDOWS 环境在相当长的时间还将处于统治地位,为了便于自动推理平台的推广,决定首先开发 WINDOWS 版本。

(3)核心部分实现了常微分情形的吴零点分解定理,代数情形的投影定理。偏微分情形的吴零点分解定理已经在 Maple 中实现。

(4)完成了基于吴消元法的、非线性演化方程孤波解的自动求解软件包 RATH。