

成果与应用

大气运动的非线性稳定与不稳定 问题研究^{*}

穆 穆

(大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室 北京 100029)

摘要 大气运动的非线性不稳定与稳定性, 分别与天气的剧烈变化和持续性异常密切相关, 其研究是数值天气预报、短期气候预测的基础, 属于大气科学、地球流体力学与非线性科学的交叉学科领域。我们将能量-Casimir 方法与现代非线性偏微分方程理论中的非线性先验估计方法有创新性地结合起来, 在该领域取得了突出的成果。该成果获 2001 年中国科学院自然科学奖一等奖。

关键词 大气运动, 非线性, 不稳定

大气运动的稳定与不稳定研究, 是动力气象学的中心问题之一。稳定与不稳定的大气环流形势, 具有重要的气象意义, 分别与天气的剧烈变化和持续性异常密切相连。不稳定现象往往伴随着大气环流形势的比较迅速的、较大的变化, 导致强烈的天气变化。另一方面, 大气环流异常的持续维持, 也经常造成大范围地区的天气异常(如某一地区的持续干旱或洪涝灾害)。提高这两类天气现象的预报准确性, 一直是数值天气预报的重要课题。深入研究, 把握不稳定性与稳定性产生、维持及发展的条件及机制, 是改进、发展新一代数值天气预报模式的理论基础, 有助于提高其对关系国计民生的灾害性天气的预报能力和水平。因此, 稳定与不稳定理论被广泛用来研究大气环流的演变、气旋与反气

旋的生成、阻塞的形成、维持与崩溃等。随着大气科学的迅速发展, 当今人类密切关心的气候变化与预测、全球变化等问题, 也需要应用稳定性理论进行深入探讨。该领域是大气科学、地球流体力学与非线性科学的交叉学科领域, 是数值天气预报、短期气候预测的基础, 也是当前国际大气科学迅速发展的前沿领域之一。

80 年代以前, 大气运动的稳定性研究, 主要使用线性正规方法方法与弱非线性理论。大气运动, 特别是剧烈的天气变化, 是强非线性的。因此, 这些方法有较强的局限性。随着大气科学与非线性科学的发展, 80 年代中期以来, 人们开始使用完整的非线性模式, 研究大气运动的非线性稳定性问题。曾庆存院士在我国率先开展了这方面的研究。但

* 收稿日期: 2001 年 11 月 2 日

是,当时该领域得到的非线性稳定性判据,大多是对应于 Arnold 第一定理的,但对于大气运动而言,恰恰是对应于 Arnold 第二定理的非线性稳定性判据最为重要^[1,2];虽然前人涉及了 Arnold 第二定理,但仅能处理边界速度环量恒为零的情形。对于三维斜压准地转运动,上、下界面的非线性边界条件也未解决^[3]。对于著名的 Eady 模型,Phillips 模型,其非线性稳定性判据未能得到等。在中国科学院及国家自然科学基金委员会的“国家杰出青年基金”等项目的资助下,我们课题组针对大气运动本质上是非线性的这一特征,使用完整的非线性模式而不使用线性近似,将前苏联著名学者 Arnold 等的广义变分原理、现代非线性偏微分方程理论中的非线性先验估计方法及地球流体运动的特点有创新地结合起来,发挥学科交叉的优势,在该领域取得了重要的研究成果。

对于准地转运动中著名的 Eady 模型,前人未能建立任何非线性稳定性判据。利用精细的先验估计方法,我们弄清了 Eady 模型的非线性稳定与不稳定的物理参数分布区域,建立了在下述意义下最优的非线性稳定性判据:若静力稳定性参数与南北方向宽度满足短波截断条件,则基流是非线性稳定的。对于多层斜压准地转模型,我们也在国际上率先建立了对应于 Arnold 第二定理的非线性稳定性判据。特别对于著名的两层 Phillips 模型,前人仅考虑了 f 平面近似情况,对于重要的 β -平面(考虑地球曲面影响)情形,我们建立了下述意义下最优的非线性稳定性判据:若稳定性判据被破坏,一定存在某一纬向周期通道,在其中存在指数增长的正规模,因而是线性不稳定的。我们的工作还揭示了多层 Phillips 模型和 Eady 模型的短波截断现象及边缘稳定曲线的非线性特征^[4,7]。对于广义 Eady 模型,前人仅有线性稳定性分析。我们不仅率先建立了非线性稳定性判据,还从理论上严格证明了,当且仅当考虑 β 效应时,正规模出现“短波截断”与“长波截断”现象,而非线性稳定性仅有“短波截断”现象^[5]。

对于三维连续层结的准地转运动(包括允许准静力可压缩性的广义准地转模型),我们克服了上、

下界面具有非线性边界条件的困难,在国际上率先建立了对应于 Arnold 第二定理的非线性稳定性判据,给出了适用于有限振幅扰动的扰动能量、扰动位涡拟能与扰动边界能量的上界估计^[7]。对称稳定性是与锋面雨带形成相关的一类重要问题。当初始扰动场是“自然”的,即初始扰动的等效位温与对称轴方向的绝对速度不超过基本场的值域时,我们克服了前人未能克服的困难,在国际上率先建立了湿饱和大气的非线性对称稳定性判据^[6]。对于绝热干大气的非线性对称稳定性问题,我们详细考察了“能量-Casimir”方法及“能量-Lagrange”方法的优缺点及适用范围^[7]。在基本气流满足非线性稳定性判据及热成风条件时,证明了 Casimir 的存在性。在经向对称与纬向对称两种情形下,分别考察了地球的自转角速度的北向分量对非线性对称稳定性的影响,清楚揭示了在经向对称情形,该分量对非线性对称稳定性不产生影响。阻塞的形成、维持与崩溃,是动力气象学中的老大难问题之一。国内外自 70 年代以来尝试用 Modon 的稳定性来解释阻塞的维持机制。但是 Modon 的非线性稳定性,是国际学术界长期争论的问题,虽然不少学者在论文中宣称证明了其非线性稳定性,但其正确性受到了另外一些学者的质疑。通过构造适当的初始扰动,我们证明了 β 平面上的 Modon 在 Liapounov 意义下是非线性不稳定的。这一结论与国外近期数值方法的结果是吻合的,它说明用 Modon 的稳定性来解释阻塞的维持机制,成效不大,可能源于此处,而对于阻塞维持机制的研究,必须另辟蹊径^[17,31]。

在应用方面,我们使用 500 百帕高度场资料,应用所得到的非线性稳定性判据,对中高纬急流的维持和消亡进行诊断。结果表明,理论与实际相当吻合。叠加在不稳定基流之上扰动的发展、变化与饱和问题,是经典的线性理论难于回答、而必须在非线性范畴下研究的重要问题。该研究在建立一系列非线性稳定性判据的同时,亦得到了扰动变化的有关信息(如扰动能量,扰动位涡拟能的上界等)。将这些结果与 Shepherd 的研究饱和问题的方法相结合,在非线性不稳定扰动发展的饱和问题方面,我们也得到了较前人更优的结果。此外,我们

还把非线性不稳定性理论应用于计算地球流体力学的稳定性分析, 根据稳定性判据, 可以区分计算中出现的不稳定现象源自于差分格式的设计还是基本气流本身等。

上述成果, 为深入研究天气异常(如阻塞高压)的动力学机制提供了新思路, 被著名的 *Annu. Rev. Fluid Mech.* (流体力学评论年鉴) 上的论文评价为“引人注目的应用之一”, 而 *J. Fluid Mech.* 中论文称其为“该类条件中最优的”, *SCI* 杂志 *J. Atmos. Sci.* (美) 审稿人评价为“文章有很高的创新性”、“文中所用模式深刻揭示了大气动力学中心问题——斜压不稳定的本质, 对该模式得出的非线性稳定性结果是最优的, 是非常令人感兴趣的。这些都是十分全面和基础的结果”、“该文的结果是相当长时期内在这类稳定性分析方面第一个有重要意义的进展” (*Nonlinearity*, 英) 等。

上述工作在 *J. Atmos. Sci.* (美)、*Nonlinearity* (英)、*J. Fluid Mech.* (英)、《中国科学》等 *SCI* 期刊上发表后, 被美、法、俄、以(色列)、加、墨(西哥)等国科学家引用, 其中有著名的美国 *J. Atmos. Sci.* (美)、*J. Physical Oceanography* (美), *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* (美)、*J. Fluid Mech.* (英)、*Annu. Rev. Fluid Mech.* (英)、*Q. J. R. Meteo. Soc.* (英)、*J. Geophysical Research* (美) 及 *Doklady Akademii Nauk* (俄) 等。其成果与方法不仅被大气科学界引用, 也被海洋科学界引用。例如 M. T. Dibattista 等应用我们关于两层准地转模式的结果, 证明海洋中存在非线性稳定的统计平衡态, 这是与大洋环流数值模拟中参数化问题有关的一个工作。一些作者直接引用了我们的有关结果, J. Paret 等应用我们关于扰动能量的上界估计, 研究非线性斜压饱和问题; G. Wolansky 直接将我们的有关结果作为引理写入自己的论文; 罗德海利用有关结果论证“天气尺度波遇到偶极子阻塞便可以产生不稳定发展”等。另外一些学者利用了这项研究的方法、技巧。此外, 该方法还启发了另外一些学者对其它一些重要运动非线性稳定性的研究, 例如非地转运动、半地转浅水模式, 锋地转模式, 非线性对称稳定性等的研究。这些结果, 与西方一些学者的结果一起, 被 *Q.*

J. R. Meteo. Soc. (英) 上的论文评价为“极大地推动了对地球流体运动稳定性机制的理解”。

由于工作的创新性和严谨性, 我们的研究进展与成果受到了国内外学术界的重视。伍荣生院士等编著的普通高等教育“九五”国家级重点教材《大气科学中的数学物理问题》用了几乎一章的篇幅介绍该项成果。作者指出了 P. Ripa 1992 年发表在 *J. Fluid Mech.* 上的论文的重要错误, Ripa 在 *J. Fluid Mech.* (1993) 上发表论文进行修正, 并对作者表示谢意。1995 年在上海举办的“非线性发展方程与无穷维动力系统国际会议”、1996 年在希腊雅典举办的“世界第二届非线性分析大会”、1998 年在澳门举行的“中葡非线性发展方程研讨会”、1999 年在英国伯明翰召开的“IUGG 大会”、在深圳召开的“亚洲流体力学大会”及 2000 年在法国尼斯召开的“欧洲地球物理协会(EGS) 第 25 届年会”都邀请我们去做特邀报告。

参考文献

- 1 Andrews D G. On the existence of nonzonal flows satisfying sufficient conditions for stability. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 1984, 28: 243–256.
- 2 Dowling T E. Dynamics of Jovian atmospheres. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 1995, 27: 293–334.
- 3 McIntyre ME, Shepherd T G. An exact local conservation theorem for finite amplitude disturbances to non-parallel shear flows, with remarks on Hamiltonian structure and on Arnol'd's stability theorems. *J. Fluid Mech.*, 181, 527–565.
- 4 Mu Mu, Zeng Q C, Shepherd T G et al. Nonlinear stability of multilayer quasi-geostrophic flow. *J. Fluid Mech.*, 1994, 264: 165–184.
- 5 Liu Y M, Mu Mu. Nonlinear stability of generalized Eady model. *J. Atmos. Sci.*, 2001, 58: 821–827.
- 6 Mu Mu, Vladimirov V, Wu Y H. Energy-Casimir and energy-Lagrange methods in the study of nonlinear symmetric stability problems. *J. Atmos. Sci.*, 1999, 56: 400–411.
- 7 Mu Mu, Wu Y H. Arnol'd nonlinear stability theorems and their application to the atmosphere and oceans. *Survey of Geophysics*, 2001, in press.

Nonlinear Stability and Instability of Atmospheric Motions

Mu Mu

(Institute of Atmospheric Physics, LASG, CAS, 100029 Beijing)

This paper is an introduction to the study on nonlinear stability and instability of atmospheric motions, which is closely related to the weather's drastic changes and persistent anomaly. It is the interdisciplinary study of atmospheric science, geophysical fluid dynamics and nonlinear science, which provides the basis of numerical weather and short-term climate prediction and is also the frontier that is developing fast in atmospheric sciences. The author and his research group have combined the Energy-Casimir method with the a prior estimate method innovatively and have attained outstanding achievements. The results won the first class prize of natural science of Chinese Academy of Sciences (2001).

穆 穆 男, 中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室 (LASG) 副主任, 研究员, 所学术委员会副主任。1982 年毕业于安徽大学数学系, 1985 年获复旦大学理学博士学位。1987—1988 年在中国科学院大气物理研究所从事博士后研究。主要从事天气与气候的可预报性、集合预报、大气与海洋的资料同化与地球流体动力学中的非线性稳定性与不稳定性问题研究。发表学术论文 30 余篇。曾获中国科学技术协会“中国青年科技奖”, 中国科学院“青年科学家奖一等奖”, 团中央“中国青年科学家奖”, 国家博士后管委会“国氏博士后奖”, 中国科学院自然科学奖一等奖(第 1 位)。