

## \* 成果与应用 \*

## 数学研究所近十年的重大科研成果

## 数学研究所业务处

(北京 100080)

中国科学院数学研究所是我国最主要的数学研究机构之一,拥有雄厚的科研力量和高水平的科研队伍。全所现有科研人员 80 余人,其中研究员 45 人(博士生导师 29 人,中科院院士 4 人)。仅基础数学这一博士点就集中了 26 位博士生导师,由此可见数学所高层次人才的密集程度。

十年来,数学所为我国数学事业的发展作出了重大的贡献。其标志之一是获得:国家自然科学基金 4 项,其中二等奖 2 项;院自然科学奖 12 项,其中二等奖 5 项;陈嘉庚物质奖 1 项;陈省身数学奖 2 项;华罗庚数学奖 2 项;何梁何利奖 2 项;求是科技基金会“杰出青年学者奖”1 项;国家图书一等奖 1 项;国家科技进步二等奖 1 项;院科技进步一等奖 1 项;院科技进步二等奖 3 项等等。除此之外,数学所近年来还作出一些重大成果,没有包括在上述得奖项目之内。

1991—1994 年,数学所共发表论文 427 篇,其中 184 篇在国外发表;发表专著 25 本及外文专著 8 本。下面,就其中最为突出的科研成果作简单的介绍。

## 一、传统优势项目的新进展

在著名数学家华罗庚教授指导下,解析数论是我国在国际上具有传统优势的研究项目。众所周知,陈景润院士、王元院士等关于哥德巴赫猜测的工作长期以来保持世界纪录,为举世所瞩目。

近年来,我所青年学者贾朝华博士又获得重大进展。他在解析数论的经典难题,如小区间中的三素数定理,小区间中整数最大素因子,无平方因子数的分布, $\alpha_p$  模 1 分布等的研究中都创造了最好的结果。这里特别要提到他关于小区间中三素数定理的工作。哥德巴赫猜测分为两部分,关于偶数的哥德巴赫猜测,陈景润做出了  $(1+2)$  的著名结果;关于奇数的哥德巴赫猜测早为前苏联数学家维诺格拉朵夫所解决,称之为三素数定理。继而小区间中的三素数定理就成为解析数论的中心问题之一。贾朝华在此问题研究中引入筛法,并完美地与圆法相结合,使得该问题有了重大的进展。他的工作得到国际著名数论专家,如 Gallagher, Heath-Brown, Iwaniec 等的高度评价,也得到周光召院长的热情鼓励。他已破格晋升为研究员。

杨乐、张广厚关于值分布理论的工作也是我国具有传统优势的研究项目。近年来,杨乐院士继续在这方面做出系统的、高水平的工作。关于亚纯函数的导数的总亏量以及涉及导数的基本不等式,他都获得了当前最好的结果。设  $f(z)$  是亚纯函数,他与王跃飞博士证明了  $f(z)$  的有

穷亏值的总亏量与  $f^{(k)}(z)$  的总亏量之和不超过 2, 并且对等号成立的充要条件作了完整的刻划。这个估计是最佳的, 由此完全回答了著名学者 Drasin 于 1976 年提出的三个问题。在值分布理论与复动力系统的联系方面, 杨乐建立了正规族与不动点的密切关系。

杨乐的英文专著《值分布论》由 Springer-Verlag 与科学出版社联合于 1993 年出版, 曾在 1994 年国际数学家大会期间展销, 并获得我国首届国家图书一等奖。他的工作为国际上同行经常引用, 国际上有些专家的论文完全是以他的研究为前提或基础的。

## 二、近代数学热点研究的重要成果

80 年代以来, 随着国际学术交流的日益增多, 我所广大科研人员深感责任重大, 有必要奋起直追, 进入近代数学的热点研究领域, 以求在这些领域中占一席之地。这就需要改变许多研究课题陈旧与低水平重复的状况, 不断学习研究新的理论与知识。经过十余年的努力, 我们在近代数学的许多热点领域中取得了重要的成果。

丁伟岳研究员从事流形上的分析(近来也称为几何分析), 主要是研究几何中的偏微分方程, 这是近代数学中最为活跃与发展最为迅速的领域之一。丁伟岳在关于二维球面上具有给定 Gauss 曲率的共形形变,  $R^n$  上的 Yamabe 方程、调和映射、Kähler-Einstein 度量的存在性, 以及 Poincaré-Birkhoff 定理的推广应用等方面, 作出了一系列高水平的研究成果, 受到国内外高度重视。例如国际著名数学家 J. Elles 曾在 ICTP(国际理论物理中心)几何讲习班上当众宣布并热情赞扬丁关于调和函数热流的 blow-up 定理, 德国数学家 M. Struwe 在 1990 年国际数学家大会 45 分钟报告中专门论及丁的这一结果。丁在预定纯量曲率的共形形变方面的工作受到美国哈佛大学、宾州大学等知名学者的很高评价, 或推荐发表, 或邀请讲学。他 1993 年获得陈省身数学奖, 1994 年获得国家自然科学奖二等奖, 1995 年又获得求是科技基金会“杰出青年学者奖”。

王光寅研究员与他的学生吉敏博士在流形上极小曲面的研究中作出了重要贡献。他们证明了: “在标准球面  $S^n$  上, 对任意的光滑围道  $\Gamma$ , 至少有两个极小曲面存在, 它们以  $\Gamma$  为公共边界”。事实上, 他们还建立了一般黎曼流形上极小曲面的第一个拓扑理论。这项成果公布之后, 国内外反应热烈。1993 年该成果发表在美国数学会刊物 *Memoirs*, No. 495。宋健同志为此发来贺电。

奇异积分算子理论是近代调和分析的中心内容之一。80 年代出现的  $T(b)$  定理是该理论中的一个定理, 它可以称得上是调和分析在 80 年代少有的卓越成就中的一个。龙瑞麟研究员利用鞅论对高维 Clifford 代数  $T(b)$  定理给出了最简单严格的证明, 受到该领域最权威的几位专家的高度评价, 并被不少同行引用。龙瑞麟的英文专著《鞅空间与鞅不等式》(中德 1993 年联合出版)收录了这一证明。龙瑞麟研究员在当今成为热门的小波分析的研究中也取得了令人关注的成绩, 最近已出版《高维小波分析》(中文)一书。

算子代数这个近代数学的重要领域原来在我国属于空白。我所李炳仁研究员首开先河, 目前这一领域的研究工作在国内已形成一定规模。他在著名的 Gelfand-Naimark 猜测的实相似情形及实算子代数理论等方面都做了出色的工作, 1993 年又在国内出版长达 750 页的专著。这些都得到国内外同行的高度评价。肖玲研究员(女)从事非线性偏微分方程, 特别是拟线

性双曲型守恒律组的理论研究,对于该领域的核心问题之一——熵条件,取得了卓越成就。一般认为粘性熵条件与熵速率条件这两种重要的熵条件是等价的。肖玲否定了这一普遍的看法,在国际同行间引起了震动。例如美国 Lax 院士称这是“很惊人的结果”,美国 Dafermos 教授称她是“双曲型守恒律领域中最杰出的数学家之一”。她发表 30 余篇论文及一本英文专著(与我所张同研究员合作),其中绝大多数居于国际领先或先进水平,并被广泛引用。

对代数几何、量子群、微分几何、多复变函数论、几何数论等近代数学的热点,我所青年学者均有许多重要贡献。

席南华博士从事代数群和量子群两个前沿领域的研究,难度极大。对于仿射 Hecke 代数  $H_q$ ,如果  $q$  是单位根,他指出除去有限个例外的  $q$  值外,著名的 Deligne 和 Langlands 猜测成立。他已将这些工作综合在一本著作中(Lecture Note in Math., No. 1587, Springer-Verlag 出版)。此外,席南华并被国际最著名的几个研究所(美国普林斯顿高等研究所,法国高等研究所,德国马普研究所)邀请去访问二年。这些说明他在 Hecke 代数表示论方面获得了世界公认的优秀成果,居国际领先地位。1994 年席南华获得了国家杰出青年科学基金,并被破格提升为研究员。

宗传明博士从事几何数论中的堆积与覆盖的研究。他解决了 Conway-Sloane 的问题,又证明了 Croft-Falcner-Guy 的猜想,以及否定了 Grünbaum 的猜测等等。这些工作受到世界著名专家普遍称赞,被认为是该领域的杰出的成就。最近他又完成了一部专著,并将在著名的 Springer-Verlag 出版。国外权威评论道:“这是每个数学家都会喜欢的书,其构思是辉煌的,特别有意义及令人赏心悦目”等等。

林青博士在美国获得学位,后来我所工作。他在泛函分析的算子理论与微分几何方面的工作得到美国著名数学家的高度评价,因此得到美国国家科学基金的支持。1989 年他获得中科院青年科学家奖二等奖,并转向算子代数与微分几何的研究。近年来,他与国外著名数学家 Elliott 合作研究高维非交换环面,得到杰出的成果。

周向宇博士从事多复变函数论的研究。在攻博期间,就在我所陆启铿院士指导下解决了著名的 Sergeev 猜想。毕业后以客座副教授身份到莫斯科 Steklov 数学研究所工作。他在轨道凸与全纯凸方面的出色成果深受该所所长 Vladimirov 等的赏识,并准备授予他俄罗斯国家博士学位。

王跃飞博士师从杨乐教授,对于值分布理论也作出了重要的贡献。比如对于著名的 Mues 猜测,在杨乐工作基础上,他几乎解决了这个问题;对于亏量问题,证明了亏量总和的一个普遍关系;对于 Frank 猜测给出否定的回答等等。他的工作引起国际同行重视,在一次复分析的国际会议上,他作了重要的学术报告。

李小英博士(女)从事调和映射理论的研究,这个理论与理论物理有紧密的联系。她在丁伟岳、虞言林等研究员鼓励下,努力工作,取得了突出的成绩。例如给出四元射影空间中一系列齐次调和映射的构造,给出向量丛是伪全纯的判别法则等等。这些工作都得到国内外同行高度赞扬。

孙笑涛博士从事代数几何的研究。这是数学中极为艰难的领域,在我国相当薄弱。他在这方面已取得可喜的成果。例如对于代数曲面的典范映射,他证明了典范次数为 6 的代数曲面的不规则性不超过 5,这是目前世界上最好的估计;他又完全回答了 Danilov 问题等。这些工作都

得同行们高度评价。去年德国著名的马普研究所邀请他去做一年的访问学者,今年意大利的 ICTP 也邀请他去访问一年。

陈志明博士在德国获得学位。在德期间,他在相变理论、形状记忆金属、最优控制、超导等一系列问题的数学理论方面作出了突出的工作而引起国际同行的重视。著名权威 Hoffmann 教授给予他极高评价并安排他留德工作。面对德国和美国多所大学的邀请,他毅然决定回国工作。

### 三、应用性研究的重大成果

王元院士与应用数学所方开泰研究员共同首创“均匀设计”方法,是数论方法在数理统计中的成功应用。十余年来,“均匀设计”已在国内广泛应用于军事工程、医药、化学、纺织、冶金、电子等工业领域,取得了显著的成效。其应用前景十分广阔,意义极为重大。著名科学家钱学森教授专门写信向王元院士祝贺。王元、方开泰又以“均匀设计”为主要内容写作的《统计中的数论方法》一书于 1993 年在英国出版。

梁国平研究员对于有限元软件的研究获得重大成果。这个有限元程序自动生成系统,近年来已在国内外十余个著名大学与研究所使用。梁的系统是十分广泛意义下通用的有限元系统,它适用于各种不同类型的微分方程、非线性耦合方式及计算方法等,为各种领域求解有限元问题提供了一个有力工具。该成果已达到国际领先水平,并属于首创,国内外有关专家都有极高的评价。

由陆汝钤研究员总负责,国内 7 个科研教学机构参与合作,在国家“七五”攻关计划中完成的“天马”系统取得引人瞩目的成就。“天马”是通用型集成式专家系统开发环境,是知识工程中目前最为重要的一种软件。“天马”问世以来,已被成功地用以开发了一批专家系统,涉及 20 多个领域,取得了极好的社会效益与经济效益。1992 年“天马”获得院科技进步一等奖,1994 年又获得国家科技进步二等奖。

TUILI 语言是一种适合人工智能应用,具备现代语言特点的通用逻辑推理语言。它由陆汝钤研究员设计,由高全泉副研究员完成了其实现系统,是中科院在 80 年代重点支持的一个项目。它是高水平的研究成果,不仅在理论、技术上有重要的创新,而且可直接应用于实际部门,正在取得显著的社会效益和经济效益。