

* 学科发展 *

非线性连续介质力学

郑 哲 敏*

(力学研究所非线性连续介质力学开放研究实验室(LNM))

〔提要〕 非线性连续介质力学是研究那些作用与效果不成线性比例关系的连续介质的力学问题。本文回顾和评述了该学科在 20 世纪所取得的巨大成就及近年来的最新进展,并介绍了非线性连续介质力学开放实验室在这方面的研究工作。

连续介质是对物质的性质在宏观层次上的一种科学抽象,和它相对立的另一种抽象是把物质看成是由有限个质点构成的质点系。前者被认为是在一定空间内连续分布的,可变形或移动的,有无限多个自由度。描述其运动规律的方程包括质量守恒,动量与动量矩守恒,能量守恒及物性关系、状态方程,它们一般是偏微分方程组。质点系则是离散的,一般只有有限个自由度,描述其运动规律的方程是常微分方程。刚体有无限个质点,但只有有限个自由度,因此与质点系同归为一类,在我国称为一般力学。

连续介质力学是研究连续介质运动规律的科学。作为另一种科学抽象,它有不同于一般力学的许多特点。

连续介质力学的研究对象异常广泛,其所概括的现象十分丰富,它既是人们对客观世界的一种理论认识,在科学的体系中具有基础的位置又有十分广泛的应用。连续介质力学,根据对象与条件的不同,一般又可概括地分为(可变形)固体力学与流体力学两大类。

非线性连续介质力学是指那些作用与效果不成线性比例关系的那类连续介质力学问题。非线性问题与线性问题有本质的差别。在线性问题中,作用与效果成线性的比例关系,或者说迭加原理成立,就是说:(1)如果作用量大了一倍,其效果也恰好大一倍;(2)如果有一个以上的量作用于同一体系,那么其总效果等于这些量分别作用之和。线性理论很有用,往往是作用量很小时符合实际的一种很好的近似。但是它只限于刻画数量的变化,完全不能描述客观世界丰富多彩由量变到质变这种更为复杂的过程。一个结构物的承载能力为什么在到达一定的受力条件时,会突然丧失?飞机在大迎角下为什么会失速?在流动速度超过声速的区域,流场为什么会产生间断,即激波?在同一条件下只改变流体运动的平均速度,为什么会有种种不同性质的流动状态?天空中的云团为什么那样多姿多态等等,都是这样的例子。要解释、理解、预测、控制或利用这些现象,乃至掌握非线性现象的普遍规律,就必须研究和发展非线性连续介质力学的理论。

* 中国科学院学部委员,力学研究所非线性连续介质力学开放研究实验室主任。

连续介质力学在 20 世纪的巨大成就

连续介质力学始于欧拉(1707—1783),他建立了无粘性的流体力学方程,从一开始这组方程就是非线性的。欧拉又是解决弹性杆在轴压作用下屈曲失稳这个著名非线性问题的作者,是分叉问题研究的先驱。随后,纳维尔(Navier,1785—1836)和柯西(Cauchy,1789—1857)建立了弹性力学的基本方程组,纳维尔和斯多克斯(Stokes,1819—1903)建立了粘性流体力学的基本方程组(N-S 方程),他们为连续介质力学奠定了基础。雷诺(Reynolds,1842—1912)在管道流实验中观察到流动状态随平均流速的突然变化,提出了层流与湍流以及代表惯性力与粘性力比值的雷诺数的概念。普朗特(Prandtl,1875—1953)观察到,在实际流动中,粘性力的作用往往只限于壁面上薄薄的一层,并且发展了边界层理论,克服了当时无法求解 N-S 方程的困难,一举解决了经典流体力学中计算流体阻力的一个基本难题(D'Alembert 佯谬),极大地扩展了它的应用范围,特别是被用于当时正在兴起的航空工业,使人类飞行提前了半个世纪。至此,无论是弹性力学还是流体力学的理论都达到了相当实用的程度,与历史上更加工程化的材料力学和水力学的联系变得更为直接了。在这种形势下,本世纪廿年代出现了应用力学这一分支,它强调要为推动工业特别是新技术的发展,提供有坚实理论基础的数学模型、准确有效的计算方法和实验技术。这一做法,在航空以及继而兴起的航天工业方面是如此成功,以至人们说连续介质力学的一个分支——空气动力学使今天的航空航天工业成为当代第一个以科学为基础的工业。

应用力学的兴起大大推动了连续介质力学在各项工程技术方面的应用,并使它的研究内容在深度与广度上有深刻的发展,从而也推动了整个力学与基础科学的发展。与此同时,非线性连续介质力学的问题变得越来越突出。其实,早期的研究如 Stokes 波, Riemann 问题,湍流统计理论也都是典型的非线性问题,到了 1940 年,著名力学家冯·卡门(Von Karman 1881—1963)就以“The Engineer Grapples with Non-Linear Problems”(工程师跟非线性问题拼搏)为题列举了十个方面的问题,其中九个方面都是关于非线性连续介质力学的。

已如前述,经典流体动力学问题本质上都是非线性的,现在又需要增加可压缩性、化学反应、热的传导与辐射、多相等新的高度非线性因素。经典弹性力学原本因只考虑小应变,所以是线性的,但是当把它用于板壳等薄壁构件时,大变形引起的几何非线性导致这些微小应变问题也成了非线性的。随着力学研究领域的开拓,新材料的出现或为了满足更加苛刻的使用环境,又需要进一步考虑弹性大变形和非弹性(如塑性)问题,非均匀介质问题(如复合材料),力学效应与热效应,电磁效应的耦合问题等。这些方面存在着一系列几何非线性和物理非线性的困难问题,不仅需要发展专门的试验技术,而且要发展具有相当普适性的理论,以便把局限性较大的试验结果拓宽到比较普遍的情况。Griffith 应用于玻璃开裂的理论,六十年代以来发展成断裂力学,提出了断裂韧性等新概念,不仅在应用方面开拓了极为广泛的领域,而且深刻地改变了强度设计和安全检测的指导思想,取得了巨大的经济效益。另外,以断裂力学为开端,形成了一系列新的子学科,如缺陷和损伤力学、破坏力学、细观力学等连续介质力学的新分支,并且使传统的材料疲劳问题的研究出现崭新的局面。现在在非线性固体力学方面已经形成了与材料细观结构乃至微观结构进一步结合的新的势头。

在当代电子计算机尚未充分发展之前,力学家的基本手段是解析与半解析的计算与实验,特别是在控制相似参数条件下的模拟实验。在解析工作方面,首先是要根据抓主要矛盾的原则,抓住关键因素(往往是比较少的),忽略次要因素,并在此基础上建立数学模型,然后是求解方程。最后则是用关键性实验来验证计算结果,证实理论模型,使其在应用中能起到定量预测的作用。可以看到,在整个过程中,理论与实验研究的关系是不可分割的。

力学家们创造发展与推广了对许多非线性方程求解的办法,其中最主要的是摄动法(包括正则摄动和奇异摄动两个方面),他们还特别注意各种现在被统称为分叉的现象,其重要手段是求相似解和应用统计理论。在实验方面发现了许许多多现在被认为是经典的非线性现象(如 Benard 胞, Taylor-Couette 流),为当代非线性科学提供了基础性的范例。

随着高速电子计算机的兴起与发展,力学又多了一个强有力的工具。事实上,力学是电子计算机的最大用户之一,力学对电子计算机应用软件(如有限单元法)的发展起着十分重要的作用。当今世界上大型计算中心任务之一是解决有关力学计算的种种问题。历史上第一台大型计算机曾被用来进行弹道计算,当前最大的计算机也承担着流体力学(航空、航天、气象)的计算任务。电子计算机不仅解决了大量连续介质力学的应用问题,而且又是深入发现非线性力学现象,探讨基本规律的有力手段,这后一方面的作用在下面谈到当代非线性科学时表现得特别突出。

从前面的例子和叙述里,人们也许会误以为这个世纪力学的发展主要是在各种工程领域里。其实不然。这个世纪以来力学被应用于大气科学、海洋科学、生物科学、材料科学、空间科学、环境科学、天文学等众多的方面,并且取得了对这些科学和力学发展都有重大意义的成果。例如,今天的数值天气预报和海况预报就是建立在求解流体动力学方程的基础上的,今天人们已一致承认地球物理流体力学这样一个既属地学也属力学的分支学科。又如,生物力学正在蓬勃发展,并且已经在生物医学和体育运动方面显示出日益重要的作用。国际上著名权威曾预言,在下个世纪,生物力学对生物医学工程的作用将可与这个世纪力学对航空航天的作用相比。

总之,廿世纪是非线性连续介质力学空前大发展的时代。它有以下几个重要的特点:

(1) 连续介质力学在本世纪开拓了前所未有的广泛而重要的应用领域,产生了巨大的社会效益,对促进人类社会的进步发挥了重要作用。

(2) 非线性连续介质力学在内涵上得到了极大的丰富。一批批新的理论问题被不断提了出来,非线性连续介质力学的理论体系在不断充实,如理性力学发展对连续介质体系建立的公理化结构以及对有限变形几何理论的严格描述其基础更为巩固。它又是力学与其它基础学科交叉与结合的一个十分活跃的方面,并且形成了许多新的分支学科,其潜在的或已经可以预见的科学价值与应用价值也是巨大的。

非线性连续介质力学研究的是宏观层次的运动、变形与破坏,与微观层次相比它是一个更加复杂的系统,它受制于微观规律,而又有自己独立的规律。应当说,非线性连续介质力学中的有些基本规律至今还没有被彻底掌握。例如,对于固体力学来说,严格说我们对本构关系和破坏的动力学过程还缺乏最基本的方程。在流体力学方面,一百多年来,湍流问题一直困扰着力学界,虽然借助于实验与半经验方法,能在一定程度上解决一些实际问题,但缺乏普适性。其根本原因是对湍流的规律仍缺乏足够充分的理解。应当说对湍流进行了大量的基础与应用

研究是富有成效的,其中对推动科学发展最重要的贡献之一就是促进了下面要讲到的非线性科学的形成。

非线性连续介质力学的新进展

这个世纪的六、七十年代在科学发展史上出现了两个重大事件,这就是孤立子和混浊现象的发现,特别是后一事件,深刻地影响了非线性连续介质力学乃至整个经典力学和整个自然科学的进展,而这两件事都是有力学的背景,并以高速电子计算机的应用为前提条件的。

非线性问题没有通解,而且历史上得到的一些特解少得如同珍宝。在非线性水波问题上,就有这样一个叫做孤立波特解(1872, Bousinesque, 1985 Kortweg 和 de Vries)。过去,对于这样的波难以做进一步的分析,譬如说两个这样的波相互作用会产生怎样的结果。

其实早在 1843 年, Russell 就在英国一条叫做 Union 的运河中观察到一个长距离传播而极少衰减且其波形与线性波很不相同的有限幅度波,并且给出了它的一些定量特征。当时他曾受到权威人士的责难,直到 Boussinesque, Kortweg 和 de Vries 得出上面的解后,这场争论才结束。

直到本世纪五十年代, Fermi, Pasta, Ulam 等人在研究固体具有有限热传导率时,用电子计算机对一个一维非线性质点阵的运动进行计算,以研究一个有序的初始行波如何转化为热运动时,得出了一个与预期相反的结果,即在给定初始条件下,只要计算时间足够长,他们的解不但不变成无序的热运动,相反却一定要近似地回归到初值。进一步的研究表明,当把这些离散的点连续化之后, EPU 的方程式就变成了历史上已经导出过用以描述水波的 Kdv 方程,而且进一步得到了一种非常有效的严格求解这类演化方程的方法——逆反演散射法。这是非线性科学的一个重要成果。在应用方面其用途不限于力学,例如长距离光纤通讯就依靠这个现在被叫做孤立子的原理。

影响尤为深远的是 1963 年麻省理工学院气象学家劳伦兹的发现。人们知道大气的运动是可以流体力学方程描述的。由于大气运动是湍流的,所以计算非常困难。劳伦兹对方程做了很大的简化,即用级数将待求函数展开且只保留最低阶的三项,这样就得出包含三个以时间为自变量的待定系数的三个一阶常微分方程。按照通常的理解,这是一组确定性的方程,给定了初始条件,它们的解应当是确定性的。可是罗伦兹却发现,在计算时间足够长之后,这组方程的解变得像随机量那样不可预测了(另一方面它又是有界的)。

怎样将确定性的解与实际上的随机性相统一呢?研究表明,原来这类方程对初值是十分敏感的,以致在计算时间足够长之后,初值中的有效数字已消耗殆尽,故而显得是完全随机的。由于解又是有界的,因而长时间的行为表现为解流在一些特殊的点集上作无规则的游动。上述这种现象被称为混沌,而对耗散系统而言,这些特殊的游动区域被称为奇怪吸引子。

这一发现的重大意义在于:

- (1) 一个确定性非线性问题的解,其长时间行为可以是貌似随机的。
- (2) 这样一个系统不一定要有很多个自由度(即因变量或方程的个数),因而“简单”系统可以呈现“复杂”的行为。
- (3) 系统的行为随定义系统的参数而变化,因此利用参数的变化,可以研究通向混沌的道

路。人们发现,虽然系统的复杂程度可以很不相同,但似乎只有少数几种普适的通向混沌的道路。

以上这些认识和传统的观念是很不相同的。例如,一般认为牛顿力学的提法是确定性的,只要初始条件给定,以后的运动就完全被确定了。因而哲学上有了康德一次推动论的观点,这对世人有深刻的影响,混沌的理论否定了这样的观点。在自然科学中过去只有两种互相无关的独立提法,一个问题或者是确定性的,或者是随机性的,两者出发点不同,中间没有联系。混沌的理论则在一定程度上把两者有机地联系到一起了。鉴于这一发现的深远意义,在纪念牛顿的“自然哲学的数学原理”发表三百周年的时候,当时国际理论与应用力学联合会主席 Lighthill 著文,强调了确定论是对牛顿力学的一种误解,并代表力学界为或多或少地造成这种误解的传播表示歉意。

劳伦兹的原意只藉此说明为什么基于流体力学方程的数值天气预报的准确度现在不可能超过数天,但所得结论的意义比这要深远得多,因而学术界竞相研究这类问题,并在近二三十年得到了一批普适性很强的成果,包括对过去发现过的现象,从混沌的观点上做新的研究。这里需要强调指出的是连续介质力学为这些研究提供了十分丰富的例子,突出的有 Benard 对流胞, Taylor-Couette 涡流, 双扩散及固体介质断裂中的各种分叉、转捩、复杂图形、分形、标度律直至湍流运动。

湍流运动是普遍存在的宏观现象,它存在于大气、海洋、天体、星际、河流,存在于一切以流体为介质的工程设备中,如飞行器、燃烧室、热交换器、化工与生物反应器、气轮机、轮船、汽车等各种交通工具、输运管道等。湍流能强化热、动量与物质的交换,对人类生活有利也有弊,如果没有湍流把大气中的污染物带走,人类就难以生存。所以关键是掌握它的规律。很可惜,虽然已经过去了一百多年,人们对湍流的认识还大都是半经验性的,没有真正掌握它的规律,因而还不能不被动地受制于自然的力量。

混沌理论目前虽然还不很完备,但已使非线性问题的研究有了新的内涵并为湍流的研究及非线性连续介质力学中众多其它非线性问题的研究,提供了一种新的概念和哲理,可望取得新的成果。可以说混沌理论的出现是现代非线性科学的一个重要的里程碑,它必将影响与促进非线性连续介质力学的发展。

LNM 的 工 作

非线性连续介质力学的领域十分广阔,从基础性为主到应用性为主的谱带很宽,所以做为一个研究部门必须有所取舍。

以基础或基础性研究为主的开放实验室,在基础与应用研究之间做选择自然没有困难,即使如此,也还需要做进一步的筛选,重要的是看主客观条件。从国际国内发展看,我们认为存在着两个突出的,也是许多人关心的前沿问题,那就是经典流体力学中的波动、涡、稳定性与湍流和固体力学中材料的损伤萌生、演化,直至破坏的理论。这两个方面的任何实质性进展,都会对整个连续介质力学理论与应用产生推动作用。也可以鉴于其中某些非线性现象的普遍意义,丰富非线性科学的内容。从主观方面看,70 年代末我们就已开始注意以上两个方面了,因而在专门人才和实验条件上,有了一定的储备。计算机和实验条件虽不够理想,但仍属经过努

力有望改善的。根据这些主要考虑,在非线性连续介质力学开放实验室刚成立时,我们把实验室的主要研究方向确定为:

(1) 材料的力学性质,特别强调了宏微观手段与方法的结合。

(2) 经典流体力学中的波、涡、分离与湍流。

(3) 有关环境力学的若干基础的流体力学问题。

这几年我们在前两个方面投入的力量较多,并取得了一批较有影响的成果。

例如,在材料的力学性质研究方面:

(1) 在应用与发展分子动力学的基础上,深入研究了晶界的弛豫结构,位错与晶界的相互作用,第二种原子在晶界上的偏聚,晶界在受力状态下微观变形的演化与微损伤的形成,纳米晶体的压实,晶界结构与压实后的强度等问题。

(2) 应用现代非线性科学的概念,发展了含有脆性二相粒子的损伤演化统计理论,计算模型可以定量确定从微裂纹连续到突然断裂的全过程,特别是在模拟转捩点以及断裂面的分形结构方面,计算结果与实验符合。

(3) 在连续的范畴内,定义了用于一种非线性大变形新的合乎客观律的旋度和应力率定义,并对当代连续统力学中若干关键问题提出了新的见解。

(4) 开发了界面力学,在界面裂纹的奇异性方面取得了一批新的结果。

(5) 在晶体塑性理论方面,发展了变分原理,并开展了确定其大变形本构关系的实验研究。

(6) 对材料的失稳进行了多方面的研究,特别是在热塑剪切带的发生与发展方面取得了一批有国际影响的成果。

在经典流体力学方面:

(1) 从几个方面发展了水波的非线性理论,特别对法拉第问题,从理论与实验上都发现存在一种过去未曾发现的非传播孤立波;由于风力的作用,在大气与海面间,存在着剪切层这一事实,从理论上解释了 Benjamin-Feir 不稳定性及其与风力参数的关系;用高阶波理论,研究了波与非均匀流的非线性相互作用,得到了定量并可直接应用的结果;在孤立波沿断面缓变的河槽中的传播问题上,也得到了新的结果。

(2) 在钝头体绕流所形成的尾涡及尾涡的流动图案随流体参数变化方面,取得了一批新的成果,并发展了涡方法、涡方法与直接解法杂交法、三维涡丝法等计算方法,比前人的计算更符合实验结果。

(3) 对低雷诺的圆柱绕流的尾迹进行了系统的实验研究,取得了一批比前人更为丰富的数据,结合实验结果提出了一种计算分维的新方法,此方法还可能用来分辨混沌与完全随机的运动。

(4) 发展了流体力学数值计算高阶迎风紧致格式,它有别于谱方法。计算表明,用于有限域的计算时,可以很好的模拟流动图形随雷诺数变化而不断分叉(拓扑变化),而且在雷诺数到达一定数值时,原本是定常的流动变成了振荡流,并且继续分叉。这个方法,结合混沌的理论有可能用来研究层流向湍流的转捩及湍流的直接数值模拟。

(5) 从动力系统角度,开展了有限自由度时空混沌与空间图案的研究,并就一个模型阐明了通向混沌的道路及其机理。

应当强调指出,只有拥有高水平的人才才可能出高水平的成果。我们 LNM 所取得的上述成果是与我们在困难的条件下,重视人才的使用与培养分不开的,我们不但拥有以博士生导师和研究员为学术带头人的中坚队伍,而且拥有相当数量的以博士后和博士生为骨干的青年梯队。这些不同层次研究人员的团结奋斗,以及为发展我国基础科学事业的奉献精神是我们事业取得胜利的保证。

需要清醒地看到,以上虽都是新的成果,已经或完全可以在国内外高水平的刊物上登载,但在工作的系统性、开创性等方面,距国际先进水平尚有差距,这只有依靠自己不断的努力和有关国家有关部门的支持才能逐步得到解决。我以为,我们一方面要实事求是地估计我们的水平,另一方面,我们也应有信心,经过一段时间坚持不懈地努力,一定会达到人们所公认的高水平。

致谢 在撰写本文过程中; LNM 的研究员李家春、段祝平等同志参加了讨论,在此表示感谢。