

**\*学科发展\***

# 全国自然科学基础研究学科调研专题报告

(研究现状、趋势及发展战略)

## 数 学

数 学 调 研 组\*

### 一、数学的地位与作用

数学是研究现实世界中的空间形式与数量关系的一门科学。随着科学技术的发展,“形”与“数”这两个概念已不限于原来比较直观和狭隘的理解,而有了更普遍更深刻的含义。数学不断从客观世界中,从数学以外的各个领域抽取事物间相互依存的形式和量的关系,加以概括,抽象成为各种数学问题,运用已有的知识积累,找出其中的规律性。同时数学作为一门科学,在长期发展的过程中形成了自己的理论体系。为使它更完整、更严密,往往从数学理论本身的需要提出一些问题。这些问题从提出到解决往往十分抽象,似乎看不出和现实世界有什么联系。由于数学研究来源于对现实世界中事物的抽象,由数学自身矛盾所引起的发展又时常在现实世界中得到应用。如 1917 年数学家 Radon 在积分几何研究中引进的变换(后被称为 Radon 变换),几十年后竟成为医学诊断中 X 射线断层扫描(CT)的理论基础;又如代数几何学中最抽象的研究工作应用于通信理论中误差校正码的设计,大大提高了它的有效性。事实上,正是数学的高度抽象性,决定了它的应用广泛性。

数学是各门科学的基础和工具。数学在自然科学、工程技术、国防、国民经济,甚至社会科学中起着越来越重要的作用。天文、力学、物理等与数学紧密联系的历史源远流长。航天、航空、航海、原子能利用,资源与能源的探测和开发,各种过程的自动控制与调节等高技术领域,离不开数学这一基本工具,也为人所共知。近年来,化学、生物学、医学也都用到了高深的数学工具。甚至像语言学、心理学、经济学、管理科学、人口问题等人文科学和社会科学领域也都要建立数学模型,用数学的分析与计算去预测发展,并研究其控制与调节。可以毫不夸张地说,各门科学都在走向精确化、数学化、计算机化。各门科学都离不开数学。

有许多科技领域是主要植根于数学家的理论贡献的。第二次世界大战中,英国数学家 Turing 破译了法西斯德国的通信密码,为大战的胜利作出了贡献,至今仍传为佳话。战后,数学家 Shannon 的论文《通信的数学理论》和《保密系统的通信理论》奠定了密码学的基础,并导致信息论的产生与发展。数学家 Wiener 创立了控制论,并与数学家 Колмогоров 共同建

\* 调研组成员: 王启明 吴是静 严加安 朱幼兰 俞文彪 应隆安

立了信号的滤波和检测理论。数学家 Понтрягин、Ballman 和 Kalman 由于他们各自的工作而被称为现代控制论的奠基人。

计算机的发明及其应用所依据的思想大都来自数学。数学家 Turing 和 Von Neumann 在计算机发展的历史上建立了第一座伟大的纪念碑。Turing 的计算机概念发表于他的经典性数学论文《论可计算数及其对判定问题的应用》(1936)。Von Neumann 在 Turing 提供的理论框架基础上,将程序化为代码,造出了第一台程序内存的通用电子计算机。大规模集成电路电子计算机已是第四代计算机,但依据的仍是 Von Neumann 的设计思想体系。第五代计算机的研制仍须依靠数学的已有储备(如递归论、入一演算,组合逻辑等算法理论)及进一步研究(如并行算法、形式语义学等)。

数学对其它科学领域能作出直接贡献,还从以下事实反映出来。数学家 Канторович 由于在线性规划理论中的贡献而获诺贝尔经济学奖。在近几届的诺贝尔奖获奖者中,Debreu (经济学奖),Wilson (物理学奖),Chandrasekhar (物理学奖)等都主要是因为他们数学方面的工作而获奖。此外,物理学家 Cormack 由于把数学中的 Radon 变换用于 CT(X 射线断层扫描)的设计而获得诺贝尔医学奖。

在许多情况下,数学方法的应用还可以直接产生经济效益。如用数学家 Dantzig 的单纯形法的线性规划最优化方法,在各种工商业活动中,如选择船队的最佳航线、运输系统的合理调度、资源分配的最优方案、机器设备的最优使用等,都能给出科学的决策,避免物质财富及时间的大量耗费。通过建立各种系统的合理数学模型并配以相应的有效计算手段,就能以经济的方式进行各种试验。比如在计算机上用数值方法求解描述核反应的非定常、非线性偏微分方程,就可以看出各种因素与机制是如何相互影响而起作用的。在计算机上选择一组参数来计算一个模型,在一定意义上就相当于进行了一次核试验。又如在计算机上通过数值求解各种参数下的空气动力学方程组来观察流场的变化,即用数值计算部分地代替风洞试验,以进行飞行器的设计,都可以产生巨大的经济效益。

数学是人类文明的重要组成部分。谈到数学的地位和作用,不能不谈数学教育。数学教育对于训练人们的逻辑思维起着巨大作用。提高我国数学教育的水平,关系到科学技术人才的培养,关系到一般社会劳动力素质的提高,关系到国家的现代化建设和全体人民的科学文化水准。而提高我国数学研究水平,培养大批数学人才,是提高整个数学教育水平的重要一环。

## 二、数学发展的特点及趋势

数学科学包括基础数学、应用数学、计算数学、概率论与数理统计、运筹学与控制论、数理逻辑与理论计算机科学等领域。基础数学也称为核心数学,是数学的最纯粹、最抽象的部分。近些年来,基础数学进入了一个蓬勃发展的阶段,表现出空前的活力。与此同时,数学的疆界也不断的扩展,与其它学科交叉的边缘学科不断地产生。在这些令人眼花缭乱,错综复杂的发展过程中,有一些显著的特点,这就是:

### 1. 数学各主要分支学科间的相互渗透及融合进一步揭示出数学学科内在的统一性

近些年来,数学各主要分支学科间的渗透有一个显著的特征,即这些渗透,不仅促成一些交叉分支的产生(如随机微分几何),而且结出了许多意想不到的丰硕果实。如泛函分析中的

无穷维 Von Neumann 代数解决了拓扑学中三维空间中打结理论的一些经典难题;描写自然界中孤立波现象的 KdV 方程最近被用到代数几何中,解决了 Riemann 提出的一个重要问题;物理学家杨振宁等引进的 Yang-Mills 作用量的概念被英国一个拓扑学家借用过去,立刻在四维流形的微分结构的研究上取得了令人惊异的重大突破;描写随机现象的 Malliavin 演算不但给出了著名的 Atiyah-Singer 指数定理的一个新证明(这一定理揭示出分析与代数拓扑的极其深刻的联系),并且还进一步推广了这一定理。这些事实使人们进一步认识到数学学科内在的统一性。

## 2. 数学对其它科学的渗透更加广泛与深入

由于数学理论与方法空前广泛地深入到各个领域,用数字的描述、分析和计算手段定量地研究各种自然现象乃至社会现象,形成了许多与数学交叉的边缘学科,如数理生物学、数理经济学等。随着人类越来越认识到协调各种生产活动、社会活动,以形成大范围良性循环的必要性,系统科学应运而生。各种系统的分析模拟、优化、控制,都是数学工作。历史经验表明,这种交叉边缘学科有很强的生命力,甚至产生出新的产业。如根据数学家 N. Wiener 和 A. H. Колмогоров 建立的信号滤波与检测理论设计制造了过滤噪声和译识地震信号的设备,才产生了当今规模宏大的石油地震勘探工业。

我们欣喜的发现,数学的抽象部分(如数论、代数几何等)也越来越多地参与了这种渗透。特别值得注意的是数学与理论物理的发展相辅相成,互相促进,导致了二者的重新统一。20 年代量子场论出现后,数学与物理曾分道扬镳,而今这二者又重新携手合作了。这方面的例子举不胜举,如物理学中的规范场就是数学中纤维丛上的联络。量子物理中的反常(anomaly)是数学中 K 理论的一个内容。前面提到的 Atiyah-Singer 指数定理已成为量子场论中必不可少的工具,而且物理学家用超对称及 Feynman 道路积分给出了这个定理的一个新证明。更令人鼓舞的是近三年来超弦(Super String)理论中的一系列进展。这个理论的目的在于追求宇宙中四大作用力(电磁、弱相互作用、强相互作用及引力)的统一。虽然尚有不同看法,还有待实验证实,但许多理论物理学家对此寄予很大希望。超弦理论用到了近代数学中一系列最深刻的成果,其中有些还是墨迹未干的,这些成果涉及到群论、无穷维李代数,代数几何学、复分析、微分几何学、模形式、拓扑学等。

## 3. 电子计算机的出现对数学发展产生了巨大的影响

电子计算机的出现对人类社会和科技进步的重大意义是众所周知的。它对数学本身的影响也是巨大和深远的。首先,它极大地扩充了数学的应用范围,如大规模科学计算、计算机模拟、仿真试验等;其次,它开辟了不少崭新的应用数学分支,如计算数学、计算物理、计算力学、计算化学等;最后,电子计算机的使用还改变着数学理论研究的面貌。例如,欧氏空间中无自相交的有限型极小曲面的一大批例子就是借助计算机绘图找到的。研究混沌理论的多项式映射的迭代问题,更是离不开计算机的帮助。非线性现象中特有的奇异吸引子、孤立波,也首先是在计算机上用数值模拟发现的。

展望数学今后的发展趋势,我们认为:

### 1. 非线性问题的研究将有大的发展

在力学、物理学、化学、生物学和工程技术中,存在大量的非线性现象。这些非线性现象的研究对科学技术的发展有重要的意义,也是对当代数学的一个挑战。最近,物理学家、化学家、



生物学家、力学家们共同对孤立子、混沌和分叉理论的强烈兴趣就是一个例证。基础数学的大部分领域(群和代数的理论、代数几何、微分几何、拓扑学、实分析、复分析、泛函分析、微分方程等)都将卷入这一挑战中。

### 2. 离散数学的研究将有大的发展

离散数学的研究对象通常是各种有限结构,其中的元素之间存在某种关系,但一般不是代数运算关系,如极为复杂的超大规模集成电路(VLSI),成千上万个元件置于一小块硅片上,组成一个电路。这个领域内存在着大量急需解决而又极端困难的问题,其中包括如何对各个部件进行分隔,布线和布局的问题。离散数学涉及传统的数论、抽象代数、数理逻辑、组合论、图论、博弈论、规划论等领域,并与理论计算机科学密切相关,诸如寻找某个问题的“多项式时间”的有效算法,确定某个问题是否可在多项式时间内完成计算等。

### 3. 概率分析的作用将不断扩大,

第二次世界大战后,统计学已发展为一门独立的学科,70年代的发展又加强了其理论基础。目前,数理统计学正在酝酿着新的进展。由于现代处理数据的能力有了极大的提高,脱离高斯假设的更加有力的非线性方法正在发展起来,这对理论与实际工作者都是一个挑战。

另一方面,概率论也日益渗透到“确定性”数学的许多领域。前面提到的 Malliain 演算就是一个典型的例子。在物理学中,函数空间上的新的概率测度类已经建立起来,可用以刻画统计力学中的相变。用概率论方法求解量子物理问题,也向概率论本身提出了新课题。在计算方法上,概率论的应用可追溯到40年代的 Monto Carlo 方法。近年来出现了一些随机算法,更充分显示出概率论方法的威力。这种方法的基本想法是,以冒极其微小的出错风险或损失极小的计算精度为代价,换取机器计算时间的巨大节省。例如,它可以在1—2秒内告诉你,一个给定的很大的数是否是质数,而发生错误的概率只有  $10^{-30}$ 。

### 4. 大规模科学计算将有更大的发展

科学计算已成为继实验与理论分析之后的第三种科学研究手段。用计算机近似求解阶数很高的代数方程组(或很复杂的微分方程)的高精度、低费用的计算能力,对许多科技领域的进展是至关重要的。人类的计算能力是计算工具的性能和计算方法效率的总和。历史证明,计算方法对提高计算效率所作的贡献是重要的。目前,工程技术中存在大量三维问题,它们的解决不仅要求新的计算机硬件和操作系统,而且要求相应的新算法和数值分析方法。同时我们还需要进行必要的数学理论研究,以指导未来新型计算机的研究。此外,计算机证明、计算机辅助证明、符号运算,也将得到发展。

### 5. 数学对生物学、经济学、语言学、管理学等的渗透必将进一步发展

这些方面所反映出的问题,有的是非常复杂的系统,呈现出在不同层次上无序和有序相互转化的复杂行为。如何准确的描述它们的结构及运转机制是对数学的又一挑战。

## 三、我国数学的基础研究现状

中国古代数学曾经有过辉煌的成就,但近几百年来大大落后了。解放前虽然在一些抽象数学学科,有少数人(有些是在国外作的)的工作达到了国际水平。但是数学的大多数领域,尤其是应用数学各分支,几乎全是空白。新中国诞生后,我国的数学事业有了较大的发展。在

1956年科学发展规划的指导下,我国建立和发展了微分方程、概率统计、计算数学、泛函分析、多复变函数论、运筹学、控制论等分支学科,为我国科学技术和国民经济的发展作出了重要贡献。由于“左”的错误的干扰,数学基础研究多次受到冲击。但到1965年我国数学的基础研究仍有相当规模,并且有自己的特色,在国际上有了一定地位。1960—1965年的《数学学报》被美国全部译成英文出版。

十年浩劫中,我国数学基础研究受到的破坏达到了极点。党的十一届三中全会以后,国际交流的大门打开,使国内数学界看到了与国际水平的巨大差距。在这种形势下,大批中、青年以进修或留学的方式被派往国外,同时国内的研究队伍和方向也自然地重新组合和调整。令人可喜的是,一批优秀的青年博士学成回国,开始填补若干重要的空白领域(如代数几何学)。国内也开始有了自己培养的博士,虽然这些人的数量目前还很少,但他们代表了新生力量,是我国数学研究的希望。原先有较强实力的各领域,如数理逻辑、数论、代数、函数论、拓扑学、微分几何、微分方程、泛函分析、概率统计、控制论、运筹学、计算数学等,近年都涌现出一批达到或接近国际先进水平的成果。起步较晚的一些学科,如代数数论、代数几何、非线性泛函分析、动力系统、整体微分几何、随机分析、机器证明和模糊数学,也都在短短几年中做出了达到或接近国际先进水平的工作。

但是,必须清醒的看到,我国数学基础研究的水平,从整体上看,与世界先进国家相比,差距还很大。在若干重要的领域中甚至还落后于印度和巴西,这与我国的大国地位很不相称。每四年一届的国际数学家大会(ICM)均邀请当前最活跃的数学家做报告。其中每届大报告(1小时)有16个,45分钟报告有140多个。最近两届,我国数学家中只有三人被邀请做45分钟报告。尽管这件事还受很多非学术因素影响,但是上面的数字还是说明一定问题的。另外,据中国数学会的资料,我国数学会会有会员2万人(其中包括一些中学数学教师及工业部门、部委的研究院中的数学工作者),我国数学基础研究的队伍估计有数千人。遗憾的是,从整体上看,这支队伍的水平却不高。据数学会1985年的统计,我国数学界被国际数学文摘杂志摘译论文两篇以上的只有400人左右。而美国14000名会员中,这种人却有4000多,相差十倍。

#### 四、对政策与措施的建议

##### (一) 人才培养

我国数学基础研究能否赶上世界先进水平,其核心问题是人才问题,特别是青年人才的问题。

##### 1. 博士的培养

我国有了自己培养的博士,人虽然还不多,但这是个方向。随着我国数学基础研究的发展,博士的培养也要逐步过渡到以国内为主。为吸引更多的优秀青年人在国内攻读,扭转国内博士研究生招生不足的局面,国家要采取措施提高其地位。首先,对于博士,不论“土”“洋”,在生活待遇,职称评定等方面都要看其实际能力的大小而定,不应厚此薄彼。其次,要为国内培养的博士争取出国做博士后的机会。争取不到的,国家要用专项基金送他们出国进修一年。目前,还有少数与国外联合培养的博士生,即在国外学一段时间(这期间由国外给资助),然后回国授予学位,这种做法值得提倡。

对于必要的派遣,要在派遣国别上注意多样化。如苏联、西欧同样有不少“强项”。

### 2. 吸引优秀青年人学成后回国工作

自开放政策实施以来,在数学科学方面有大批青年人在国外攻读博士学位,其中少部分已经完成学业,这些留学生有不少是优秀的人才。如何吸引他们回国工作,是一个重要问题。为此,在加强爱国主义教育,激发他们为祖国现代化事业做贡献的热情的同时,必须努力使国内的工作岗位更具吸引力,这包括:加大科研投入,扎扎实实地改善国内科研工作条件,建设起有竞争力的研究中心;充分发挥国内知识分子的作用,提高他们的工资待遇,改善他们的生活条件;扶植确有才能的青年人,破格提拔,委以研究工作重任;继续实行开明政策,“出”、“入”自由,简化出入境审批手续(事实上“出出进进”对开展研究最为有利)。

### 3. 发现、保护拔尖人才

国家要在提职、评奖、参加国内外学术会议等方面给 30 岁左右的青年人以更多的机会,并在研究工作时间上给予保证,以促进拔尖人才脱颖而出。

### 4. 举办全国性大学生数学竞赛

这是个花钱不多而一举多得的事。它对于提高我国大学数学教育水平,发掘优秀人才,提高数学学科的地位,吸引优秀人才报考数学专业,都会起积极的推动作用。

### 5. 人才流动

由于国内各种制度的限制,人员流动很困难,聘任制流于形式。职称定编后,由于不同单位水平高低差别较大,一些单位出现了滥竽充数,矮子里拔将军的做法。建议做出规定,一定比例的高级职称要在全中国范围用公开招标的办法聘请(同时解决这部分人的户口、住房等问题)。

## (二) 经费资助及有关措施

这里谈的是除国家拨款以外的经费资助。概括地说,这里有两个问题,一个是开源的问题,另一个是如何使资金发挥最大效益的问题。

1. 国家自然科学基金总额应有大的增加;国防科工委、各技术密集型工业部,都应设专门基金,资助有关的基础研究与应用基础研究,如美国国防部、能源部所作的那样。数学研究接受来自国防及工业部门的资助,有利于理论与实际的更紧密的结合。

2. 国家自然科学基金对数学科学资助的份额应有大的提高,如与对物理科学的资助相比以 1:3 为宜。

3. 国家自然科学基金中应拨出专款,用于有计划地邀请外国专家来做一个月以上的系统的、起点较高的讲学(可成立一个专家委员会负责),并组织国内有关人员去听讲和进行学术交流,以促进我国比较薄弱的方面的发展。由于讲学时间较长,应支付外国专家的旅费,并给适当报酬,对听讲人收报名费可以部分地补偿这笔开支。

还应设立专款,资助国内学者出国参加重要国际学术会议,当然要从严掌握。

4. 一些国家(如联邦德国、法国)都有全年性或季节性的学术交流中心。可以考虑在北京建一个这样的中心(北京的交通方便,科技人员集中),既可供外国专家讲学用,也可供国内开学术会议,办讲习班用。

5. 自然科学基金基础的评奖不必太频繁,3—5 年一次就可以了。对于重大的请奖项目,评奖委员会应征询国际上有关专家的意见。

### (三) 学科政策

#### 1. 加强应用数学的研究

这里所说的应用数学研究,是指以解决某一类实际问题为目的,或背景的数学研究,并不限定使用那个特定数学分支为工具。

我国近代数学的发展是从几个抽象学科开始的,应用数学发展则晚得多,也一直比较薄弱,需要很好地重视和支持。为鼓励更多人从事应用数学的研究,一定要在成果评价、职务评定等问题上,按照应用数学本身的特点,贯彻多途径、多标准的方针,而不是只看数学理论上有无“创造性”。

#### 2. 加强跨学科人才的培养

H. Houtman 是马里兰大学的数学博士,1985年由于在X射线结晶学方面的工作获诺贝尔化学奖。在我国,这种既懂数学,又懂另一门科学的人才极其缺乏。更糟的是,我国工科及理科非数学专业,所用的大学数学课本几十年没什么变化,因而这些毕业生数学修养相当差,工作后很难再学更多的数学工具,这对我国科学技术的发展是十分不利的。

我们认为,要加强理、工、农、医各科的大学数学课程,可以根据不同专业有选择地开有关数学课;鼓励数学系毕业生再修其它学科的学位,或转向其它学科的工作;其它学科也可根据需要,有计划地选派一些青年人再学一些数学;也可以联合招研究生,或对有的专业采取联合办的办法培养双学士学位的大学毕业生;此外大学里应该允许学生转专业。相信这些措施对各科的发展都是有利的。

## 物 理 学

### 物理学调研组\*

#### 一、物理学的地位和作用

物理学是自然科学中最基本的科学,它研究物质运动的最一般规律和物质的基本结构。其研究领域跨度很大,在尺寸标度上,从基本粒子的核子世界到整个宇宙;在时间标度上,研究范围从小于  $10^{-21}$  秒的短寿命过程到宇宙纪元。物理学的独特成就使人类的知识发生着根本的变化,各种新技术在很大程度上是物理学的产物。物理学所揭露的新的概念和事实,已成为人类对周围世界认识的不可分割的部分。更重要的是,它已经直接地影响到社会的生产和生活,成为当今世界正在形成的新的生产飞跃的重要基础和组成部分。

#### (一) 高能物理学(又称粒子物理学)

高能物理学是探索微观物质世界的最前沿的科学。

基本粒子从 30 年代的电子、质子、中子、光子和中微子发展到今天已经有数百种之多,而

\* 调研组成员: 叶佩弦 伍乃娟 甘子钊 吴钟立 杨福家 张肇西 黄涛 程明昆 麦振洪 蔡诗东 潘守甫