

评冯康、石钟慈的《弹性结构的数学理论》

诸 德 超

(北京航空学院)

有限元方法作为一种数值方法,其萌芽思想可以追溯到很早,十八世纪瑞士数学家、力学家欧拉就曾用与现代位移有限元方法相同的方法求解过杆在轴向力作用下的平衡问题。但是,赋予有限元方法一个严谨的数学基础和理论框架,还主要是在本世纪六十年代形成并进一步发展起来的。《弹性结构的数学理论》的作者之一冯康教授,是有限元方法的创始者中的一位。

弹性力学的数学理论,特别是它的线化理论,已经相当成熟和定型化,并已成为分析结构工程的科学基础之一。但是除了若干典型结构构件外,很难直接用来求解实际上是很复杂的工程结构问题。因此,特别需要发展一种能供实用的数值方法。有限元方法正是在这一背景和电子计算机的配合下应运而生的。实践证明,有限元方法在解决固体力学计算问题上已经发挥了并将继续发挥巨大的作用。

本书论述弹性结构的数学理论和相应的数值解法,包括三方面的基本内容:(1)经典性的线性弹性理论基础。(2)由作者发展起来的组合弹性结构的数学理论。(3)弹性结构平衡问题的有限元方法。在统一的理论基础上把这三方面内容有机地结合起来,是本书的一个特点。在这个意义上,本书是一本全新的著作。

大家知道,描述弹性理论的微分方程是椭圆方程,与此等价的另一数学表达方式是变分原理。本书统一以位移为基本变量,利用最小势能变分原理对各种弹性结构问题进行理论论述,着重于这些问题的数学提法的准确性与完整性,这是本书的另一特点。对于弹性理论中微分方程和最小势能原理(包括与最小势能原理等价的虚功原理)之间的等价性、解的唯一性、边界条件和交界条件以及热效应等的处理技术,本书也给予充分的阐述。

虽然,对于典型弹性构件(例如杆、轴、梁、板)和平面弹性力学平衡问题的变分提法和有限元方法,在不少有限元专著中都有所论述,但很少有涉及到复连通域内平面弹性力学平衡问题的。对这个问题有兴趣的读者,可以从本书中找到精简扼要的论述。

实际的工程结构往往非常复杂,因此不得不求助于数值解法。当前最流行和有效的方法是有限元方法。它首先把实际结构分割成各种典型的结构构件,例如杆、轴、梁、板和平面应变(或应力)单元,然后对各个典型构件施行有限元方法,再拼装起来求解。虽然很多有限元专著都涉及这个问题,同时也有不少结构分析通用程序可资应用,但是有关组合结构的数学基础却很少讨论。由于组合弹性结构是由包括不同维数和不同性能的弹性构件耦合而成的组合体,它不同于经典的、几何上单一的弹性体。所以组合弹性结构是弹性力学在几何复杂性方向上的发展,具有重要的理论与实践意义。关于组合弹性结构的数学理论,即组合流形上的椭圆方程理论,是由冯康教授在七十年代发展起来的。基于这个数学体系,本书详细地论述了组合

弹性结构的数学理论,从而为分析组合弹性结构提供了一个比较严谨的数学基础和理论框架,并使组合弹性结构的有限元分析的收敛性得以保证,这无疑地将有助于在理论上与应用上的进一步发展,这是本书的又一特点。

本书还专门列有一章,具体讨论各类典型结构构件(包括杆、轴、平面与空间梁、平面弹性单元和薄板)以及平面与空间组合结构的有限元方法,给出了相应的基本位移模式和单元刚度矩阵的列式,也论述了总体合成、强加边界条件、非标准交接和偏心距等的处理技术。因此,本书不仅是一本理论性的专著,也是一本可以指导实践的专著。

就有限元方法的本质而言,本书指出有限元方法的数学基础是变分原理和分割近似原理,其指导思想则可归纳为十六字诀“化整为零、裁弯取直、以简驭繁、变难为易”,这是对有限元方法的高度概括,读者可以从中得到很多启示。

可以说,以位移为基本变量、利用最小势能原理为理论基础的有限元方法是最活跃的和应用最广泛的弹性结构分析方法(据信 80% 以上的结构分析通用程序是建立在这个基础上的),但是有限元方法的研究和应用并不限于此,六十年代以来,以多种变量(除位移外,还采用应力或应变变量)和广义变分原理为基础的有限元方法也已经得到很多发展和应用。自然,有限元方法也可以利用加权余量法为理论基础等等。关于这些内容,在本书中则没有涉及。另外,关于弹性结构的特征值问题(包括稳定和固有振动分析)、动力响应和非线性分析等,本书也未予讨论。

综上所述,本书是论述线性弹性结构平衡问题的优秀专著,可飨读者以准确和完整的数学理论和实用的数值方法,可供应用数学、弹性力学、结构力学等方面的理论工作者、计算工作者和工程技术人员以及高等院校有关专业的师生参考,也可作为有关专业研究生的教材。