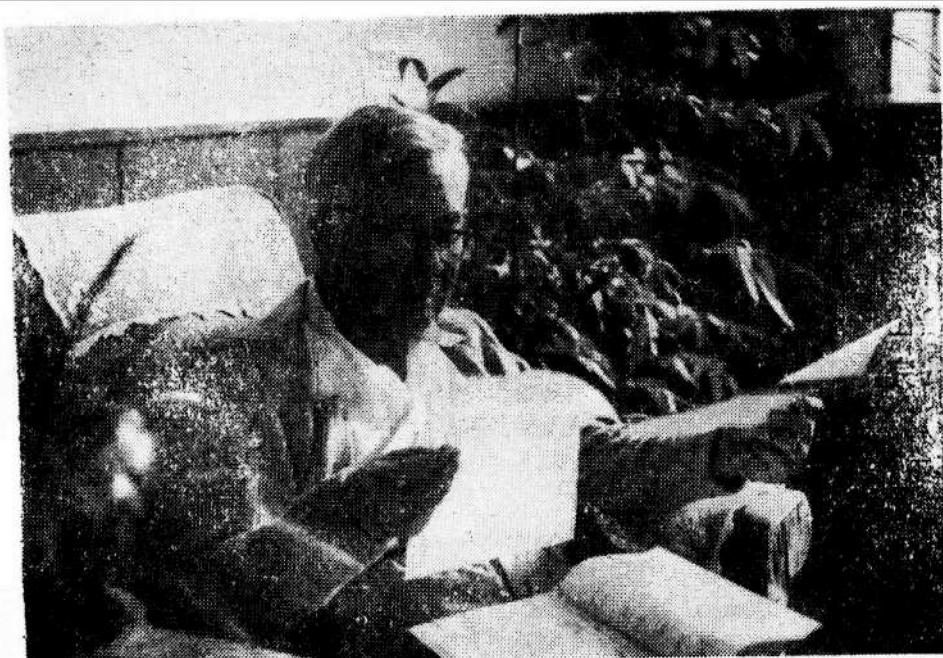


我的老师华罗庚

王元

(中国科学院学部委员，中国科学院数学研究所所长)



我的老师华罗庚教授是我国现代史上杰出的数学家。他的名字已载入国际著名科学家的史册。他是中国科学界的骄傲，是中华民族的骄傲。在这里，我想就我所知，谈谈华老对数学的贡献与影响，他的治学经验与他的爱国主义崇高品质。

华老的科研工作是从数论开始的。很多数论重要问题的解决，都可以归结为某种三角和的估计。三角和的估计是近代数论研究的中心问题之一。高斯是这个领域的创始人，关于二次多项式对应的完整三角和就称为高斯和。高斯本人解决了它的最佳估计问题。经历了二百多年之后，才由华罗庚在1938年解决了任意多项式、系数为整数的一般完整三角和的最佳估计。这项工作在数论中有广泛的应用，华林问题推广中的主要困难就是依靠这条定理克服的。所以，最广泛的希尔伯特-华林定理首先是在华罗庚手中形成的。国际上称华罗庚的关于完整三角和的成果为“华氏定理”。例如1971年出版的苏联维诺格拉朵夫的专著《数论中的三角和方法》与1981年英国沃恩的专著《哈代-李特伍德方法》都以整章或相当篇幅记述了这条定理及其应用。1957年，华罗庚应用怀依关于黎曼猜想的著名研究，得到了非完整三角和的精密估计，从而将华林问题的优弧部分做到最好程度，改进了哈代-李特伍德1920年的结果，国际称这项工作为“怀依-华不等式”。沃恩在他的书中，以整章论述了这一工作。1938年，华罗庚关于三角和的积分平均估计，是处理低次华林问题的重要工具，国际上称为“华氏不等式”。除沃恩的书外，1960年出的德文坡德的专著《丢番图方程与丢番图不等式》的第一章就是“外尔不等式与华氏不等式”。华罗庚关于维诺格拉朵夫方法的改进与简化工作，影响亦很大。他首先指出这个方法的核心为一个积分平均，华罗庚称它为维诺格拉朵夫中值定理。1950年梯其玛奇的专著《黎曼 ζ -函数》，其中在论及维诺格拉朵夫方法时，就是采用华罗庚的形式。以后所有著作，包括帕拉哈、瓦尔菲茨、卡拉楚巴、沃恩等的名著中，都是按照华罗庚的形式来论述维诺格拉朵

夫方法的。华罗庚的主要成果包括在其专著《堆垒素数论》中，这本书先后被译成俄、日、德、匈、英文出版，至今虽已四十年，仍为这方面研究所必需征引的文献。

华罗庚关于体论的工作，充分体现了代数的优美性。1949年，他证明了“体的半自构必是自同构或反自同构”，这条定理去掉了体的半自构概念，由此可以证明特征 $\neq 2$ 的射影几何的基本定理。1956年，阿丁在专著《几何的代数》中记述了这个定理，并称之为美丽的“华氏定理”。1949年，华罗庚证明了“体的每个真正规子体均包含在它的中心之中”。H. 嘉当最初证明这个结果时，用了复杂的伽罗华理论，并仅对可除代数加以证明。上述结果则是普芬威尔与华罗庚证明的，国际称为“嘉当-普芬威尔-华定理”。华罗庚关于典型群的工作有其特点，先解决低维问题，再用归纳法处理高维问题。相比于狄多涅从高维入手，不仅方法上更为初等，而且解决了用处理高维的方法不能解决低维问题的困难。华罗庚的工作后由万哲先继续深入发展与丰富。矩阵几何学是华老开辟的研究领域，这些工作完成于四十年代。

1935年，E. 嘉当证明了共六类既约、齐次有界对称区域，其中四类称为典型域，二类是例外。1943年与1944年，西革尔与华罗庚分别系统地研究了典型域。他们的工作侧重面有所不同，华罗庚证明了典型域的很多基本几何性质，西革尔关于自守函数论的专著中记述了华罗庚的结果。1953年，华罗庚给出了四类典型域的贝格曼核与柯西核。特别是华罗庚首创用群表示论方法得到四类典型域的完整正交系，将它们加起来而得到柯西核。他把结果总结成专著《多复变函数论中典型域的调和分析》，先后被译成俄文与英文出版。这项工作有广泛的联系，英文版编者写道：“这项工作不仅对函数论，而且对于李群表示论，齐次空间理论与多复变自守函数论都是重要的”。这项工作也是以夏皮罗为首的苏联复分析学派的工作起点（参看夏皮罗专著《自守函数论》）。



在典型域调和分析这项工作的基础上，华罗庚与陆启铿进一步研究了典型域的调和函数论，他们给出了典型域的泊松核，解决了调和函数的狄利克雷问题。在此过程中，华罗庚发现了一组具有调和算子类似性质的微分算子，国际上称为“华氏算子”。

在这些研究的基础上，华罗庚首先研究了诸如酉群这类典型群上的富利埃分析问题。首先给出了酉群的阿贝尔求和。这方面的工作，由龚升继续深入系统地发展与丰富。

1958年，华罗庚提出利用分圆域的独立单位系来构造多重定积分的求积公式，这种公式是很精密与有效的，国际上称为“华方法”。

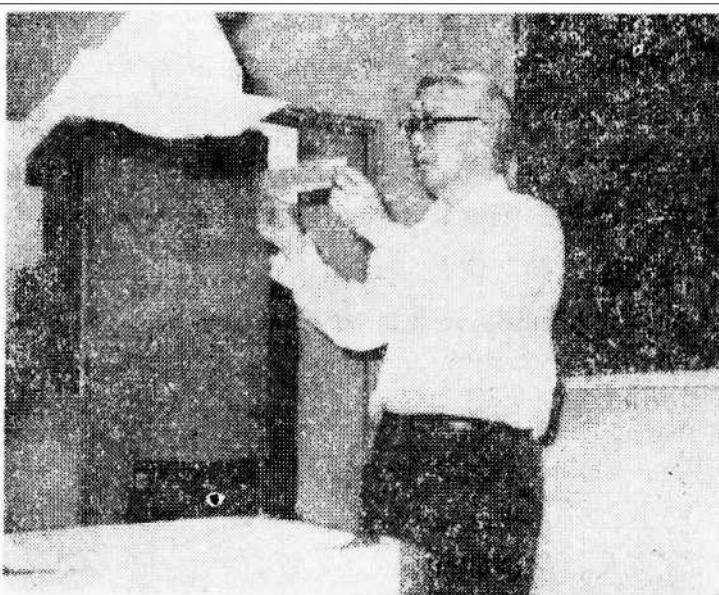
在总结多年来工业生产与管理中普及数学方法的经验与教训的基础上，华老提出了适合中国国情的优选法与统筹法，对这些方法进行了改进及简化。他又提出了计划经济的数学理论——正特征矢量方法。

1982年华罗庚在安徽省参加两淮煤炭基地开发规划方案讨论，这是他在基地进行实地调查。

华罗庚的科研工作，常常是发展自己的原始思想，有自己的方法，这一点对于生长并长期工作在发展中国家的数学家来说，尤为难得。华罗庚的数学著作，无论是解决经典问题，还是建立一个系统的数学理论，都贯穿着一种独特的风格，这就是使用直接方法。从他的写作特点上亦有这样的风格，从不玩弄名词，故弄玄虚，而是深入实质，语言朴素。

象华老这样数学研究领域广阔的数学家在世界上也很少。在硬分析即精密分析方面，他的成就受到哈代与维诺格拉朵夫的高度评价。在另一个绝然不同风格的数学领域——抽象代数方面，他的成就又得到阿丁的高度评价。国外报刊上高度赞扬华老成就的评价很多，其中征引了不少第一流数学家的话。自从我国执行开放政策以来，外国纷纷赠予华老种种荣誉头衔。如果他能和我们再多在一起几年，可肯以定，这些荣誉还会更多。在这里我不想介绍这方面的材料，而想谈谈他对学术评价的观点。

早在三十多年前，华老就说过：“历史将严格地考验着每个科学家和每项科学工作。大量工作经过淘汰只剩下一点点，有时整个数学分支被淘汰了”。1978年后，他公开提出：“早发表，晚评价”，“努力在我，评价在人”等观点。上面列举的事实说明，华老的工作有的经历了三十年，有的经历了近半个世纪的考验。历史是无情的，但也是公平的，我相信华老是可以经得起历史考验的数学家。



1985年6月12日华罗庚在日本东京大学进行学术报告。结束时，心脏病突然发作，于当晚不幸逝世。

二

华老的治学经验贯穿着一个总的精神，即不断进取的精神。他十九岁发表第一篇文章。二十岁发表的关于五次方程的第二篇文章，受到熊庆来先生的赏识，从而于三十年代初来到清华大学。当时的研究工作很活跃，但科研方向不集中。从1935年开始，致力于哈代-李特伍德-维诺格拉朵夫方法，即堆垒数论的研究，取得了系统深入的结果，写成专著《堆垒素数论》。这时候，这个方向已经成熟，华老说过：“我如果继续搞三角和，大概顶多再写几篇好文章，也就结束了。”他不顾已经成为著名数论学家的荣誉，毅然放弃了数论研究，宁肯另起炉灶。从四十年代开始，他进入代数领域工作，段学复是他当时的合作者，数论的合作者是闵嗣鹤。解析数论与代数是两个不同风格的数学领域，一个是精密分析，一个则要求漂亮简洁。他在体论、典型群、矩阵几何等方面取得了卓越成就，又开辟了自守函数与多复变函数论的研究，把分析与代数的技巧高度结合起来。可以说从三十年代到五十年代是他在理论数学研究上大力进行开拓工作的二十年。

新中国刚成立，他就回国了。除继续过去的研究工作外，他的工作重点转到了培养年轻数

学家，致力于发展中国的数学事业。实际上，他把自己的研究工作愈来愈放到第二位来考虑。于 1953 年正式成立了数论组，他撰写了《数论导引》。后来又成立代数研究组，他与万哲先合写了《典型群》。后来又写《多复变函数论的典型域的调和分析》。他让学生们听讲，协助他修改，使学生们受到了多方面的锻炼。这时期的学生有越民义、万哲先、陆启铿、龚升、王元、许孔时、陈景润、吴方、魏道政、严士健与潘承洞等。除他直接领导的三个组外，他还热情支持成立拓扑学、微分方程、概率统计、泛函分析与数理逻辑等研究室。特别在建所初期，就很重视应用数学与计算机研制工作，数学所设有力学组与计算机研制组，他对各方面都给予尽可能的关怀。他支持了他的老师熊庆来先生回国工作，使熊老晚年还能为中国数学作贡献，培养了杨乐，张广厚等学生。吴文俊是华老邀请来数学所主持几何学、拓扑学研究的。华老关心过冯康研究广义函数论；关心过关肇直、田方增研究赋范环论；也支持了张宗燧、胡世华、吴新谋、张素诚、秦元勋、王寿仁等的工作。听过华老讲课而受益者有王光寅、丁夏畦、张里千、丁石孙、曾肯成等。陈景润则是华老出面调来数学所工作的。从 1958 年开始，华老的工作进一步转向以培干为中心。他为科技大学学生撰写了《高等数学引论》数卷，为研究生撰写了《从单位圆谈起》。一些研究生已成为我国数学界的中年骨干，如锺家庆、孙继广、冯克勤、陆洪文、裴定一、那吉生、徐伟宣等人。在这期间，华老又致力于对他不熟悉的的应用数学做多方面探索，包括理论研究与到现场去普及线性规划。

从 1965 年开始，华老的工作又有了重大转折，决心将工作重点放到普及应用于工农业生产的数学方法上。他选择了以改进工艺为主的“优选法”与改善组织管理的“统筹法”来普及。为了让普通工人能明白，他对这两个方法作了简化，以最易懂的语言进行讲解。他写的两本小册子中几乎避免了数学语言。特别是他身体力行，不顾劳累和年老多病的身体，在近二十年的时间里，几乎跑遍了中国所有的省、市、自治区，到过无数的工厂，为群众教授数学，解决实际问题。二十年来，从没有动摇过他为国民经济建设从事数学普及工作的决心。陈德泉、计雷、李志杰、徐新红等是华老在这方面工作的助手。

他的一生就是这样不断进取的。当他看准了，就毫无顾虑地、毅然地、忘我地去干。干一件完全不熟悉的工作有可能将一无所成，还会遇到朋友的不理解，但是，各种困难都不能阻挠他向既定的目标前进。

三

华老是一个伟大的爱国主义者。他的不少优秀工作，如“华氏不等式”，“体的半自构定理”等，都是在国外某个特定环境中受到启发而做出来的。1950 年回国时华老才四十岁，当时他已经是世界上著名的数学家了，至少还有十五年到二十年时间可以做数学的开拓工作，成为更伟大的数学家。尽管回国后也可以研究数学，但吸收外来营养的机会就很少了。处于这种情况，对一个象他这样有成就的数学家来说，需要怎样的决心与毅力才能决定回国呵！1979 年以后，他重访了欧洲与美国，不少人问过他这样的问题：“你回国了，不后悔吗？”在英国，华老与我、潘承洞一道，就碰到过有人这样问他，华老只回以淡然一笑。1981 年，费弗曼在《旧金山周报》上发表的《华罗庚教授在旅行》一文中，写有华老谈他当初决定回国时的想法：“我留下是容易的，在美国对我的妻子、儿女及我的工作都是重要的，我回去与否呢？最后我决定了，中国是我的祖国，我的家乡。我是穷人出身，革命有利于穷人。而且，我想我可以做一些对于中国

数学来说,是重要的事情。”1977年沙拉夫写的《华罗庚传》上引用了华老归国前对莱沫的谈话:“中国是一个大国,一个伟大的国家,为什么要让数学这样落后呢?我们应该赶上去,我想我们是能够赶上去的”。他回国后的言行,证明这些话是真实的,即他回国是为了把中国数学搞上去而贡献一切。尽管由于左的干扰,特别是所谓“文化大革命”的干扰,华老的才华未得到更大的发挥,但华老对中国数学发展所做的贡献,确是举世公认的。1980年,科拉达在美国《科学》上发表了《华罗庚形成中国的数学》的文章。文中列举了他所访问过的科学家是怎样高度赞扬华老成就的话,其中有数学家赛尔贝格经过深思熟虑之后说出的一段话:“要是华罗庚象他的许多同胞那样,在第二次世界大战之后,仍然留在美国的话,毫无疑问,他本来会对数学作出更多的贡献。另一方面,我认为他回国对中国数学是十分重要的,很难想像,如果他不曾回国,中国的数学会怎么样。”科拉达文章的题目和结尾都用的是赛尔贝格的话。当然,形成中国的数学还有其他重要人物与因素,然而,华罗庚培养、影响与教育了好几代数学家,毕竟是事实。我相信这些人对中国数学的发展是会长久起作用的。

华老在1984年8月25日写的“述怀”中有这样的话:“学术权威似浮云,百万富翁若敝履,为人民服务,鞠躬尽瘁而已”。华老已经离开我们了,他留给我们的精神财富是丰富的,我们要把他的学问、品德与情操告诉后人,使后人从他的事迹中得到启发与教益。